

Le Moteur Stirling :

Analyse, État de l'Art et Modélisation d'un Prototype

ENSTA - Projet de Troisième Année 2009

Élèves :

François Valadier

Jean Baptiste Fourrel de Frettes

Martin Monnier

Pierre Morant

Dante Paolo Nascimento de Bittencourt

Table des matières

Introduction	5
I. Étude analytique des moteurs Stirling	6
A. Principe de base	7
B. Rendement théorique du moteur Stirling	9
1. Moteur de Stirling idéal	9
2. Cas du moteur à explosion	10
3. Analyse des cycles Stirling prenant en compte les volumes morts	13
II. Modélisation numérique du moteur Stirling	17
A. Introduction	17
B. Méthodes de troisième ordre (unidimensionnelles) :	17
C. Méthode de quatrième ordre (multidimensionnelle)	18
1. Pourquoi faire du 4ème ordre ?	18
2. Exemple d'un calcul réalisé par la NASA	19
3. Conclusion	19
III. Quel modèle économique pour rentabiliser le développement et la production de ce type de moteur ?	21
A. Définition du modèle économique	21
B. Exploitation du modèle	23
C. Usages du moteur Stirling et avantages pour l'environnement	24
IV. Moteur de Stirling à air chaud pour les pays en voie de développement	26
A. Principe du moteur	26
1. Schéma de principe	26
2. Énergie	27
B. Modélisation du moteur	27
1. Vocabulaire :	27
2. Notations utilisées dans la suite du paragraphe	27
3. Modélisation globale de la roue	28
4. Source d'énergie et condition de couple résistant	28
5. Modélisation d'un système élémentaire tournant autour de l'axe de la roue à une vitesse angulaire ω ...	30
6. Retour à la modélisation du système global :	33
C. Réalisation	34
1. Système 1 : Un ballon de baudruche dans une canette, surmontés par un tuyau ouvert à son autre extrémité	34
2. Système élémentaire 2 : tuyau en plastique fermé à ses deux extrémités par les ballons de baudruche et canette	36
D. Conclusion sur la réalisation du moteur	38
Conclusion et Perspectives	39
Bibliographie	40
Annexes	42

Remerciements

Nous tenons à remercier MM. Klutchenko et Guillemaud, de la société Kaeve, pour leurs précieux conseils qui nous ont guidés dans cette étude. Merci également à Pascal Stouffs, du Département Génie Thermique et Énergie de l'Université de Pau, pour ses réponses à nos questions pendant le projet. Nous remercions aussi Henri Planche (UER Chimie et Procédés de l'ENSTA) pour son aide dans la partie expérimentale du projet. Merci enfin à M. Jérôme de Dinechin, pour avoir activement encadré ce projet.

Introduction

Le moteur de type Stirling est le moteur thermique pour lequel le rendement théorique est le meilleur. Il serait donc a priori moins polluant à l'usage que les moteurs à essence ou Diesel. De plus, c'est un moteur à air chaud qui peut fonctionner avec n'importe quelle source de chaleur : carburant fossile, mais aussi rayonnement solaire par exemple. Dans le contexte environnemental actuel ce moteur devient donc de plus en plus pertinent, et il est d'ailleurs l'objet de récents projets industriels et de recherche. Cependant, bien qu'il soit apparu en 1816, le moteur Stirling reste très peu développé aujourd'hui et on lui préfère encore largement les moteurs à explosion qui possèdent pourtant une efficacité énergétique inférieure.

Il est alors légitime de se demander quelles sont ou quelles ont été les barrières qui ont conduit au faible développement de ce type de moteur. Les coûts de fabrication ou d'utilisation sont-ils beaucoup plus élevés que ceux d'un moteur thermique classique ? Ce moteur a-t-il des défauts intrinsèques qui expliquent son peu de succès (pas assez de souplesse d'utilisation, rendement réel moyen...) ?

Au cours de ce projet, nous avons essayé de répondre à ces questions et de faire une synthèse sur le moteur Stirling dans l'idée de la réalisation d'un prototype de moteur innovant à l'échelle de ParisTech.

Ainsi, nous présentons en introduction une analyse des différentes barrières ayant conduit au faible développement du moteur Stirling. Dans une première partie nous faisons l'étude thermodynamique des cycles Stirling idéaux puis des cycles réels faisant intervenir les volumes morts et l'efficacité du régénérateur. Par la suite nous présentons une étude numérique du cycle Stirling. Troisièmement nous faisons une étude économique présentant la pertinence du développement d'un tel type de moteur. Enfin, nous nous intéressons aux équations régissant le développement d'un prototype de machine Stirling que nous avons tenté de valider par l'expérience.

Commençons par présenter les différentes barrières du développement de ce moteur.

- *Des barrières historiques :*

Lorsque Stirling propose son moteur à la faculté de Londres au XIX^{ème} siècle, celui-ci est perçu comme une alternative à la machine à vapeur de Watt. Afin de ne pas entacher sa notoriété, ce dernier s'arrange pour que le projet soit oublié et peu après le moteur finit à la cave. Il faudra alors attendre soixante-dix ans pour que Kelvin tombe dessus par hasard et que l'intérêt pour ce moteur renaisse.

- *Des barrières économiques :*

Du fait du faible développement de ce moteur par rapport aux moteurs à essence, il reste beaucoup plus cher à fabriquer pour une puissance équivalente qu'un moteur à explosion, les difficultés techniques n'étant pas les mêmes (notamment les problèmes d'étanchéité). Cependant, ce moteur ayant une efficacité énergétique supérieure, une étude économique est nécessaire afin de déterminer quel moteur est le plus intéressant.

- *Des défauts techniques intrinsèques :*

Tout d'abord il faut savoir qu'il est tout à fait possible de créer des moteurs Stirling de forte puissance et d'encombrement acceptable. Ainsi en 1971 l'entreprise Ford a équipé une voiture de modèle Torino d'un moteur Stirling d'une puissance de 170 chevaux. Et même si aujourd'hui le concept est abandonné pour la propulsion directe d'une automobile il est encore envisagé dans le domaine afin de recharger les batteries des véhicules hybrides en récupérant la chaleur perdue à l'échappement. Cependant, il reste des barrières techniques fortes freinant le développement réel de ce moteur. Le cycle thermodynamique réel du moteur est mal compris et relativement éloigné du cycle théorique notamment à cause de la présence de volumes morts et de la non-idéalité du régénérateur. C'est pourquoi nous essaieront de présenter les problèmes liés aux volumes morts ainsi que de tenter une simulation numérique du cycle thermodynamique réel.

I. Étude analytique des moteurs Stirling

Dans cette partie, les principes essentiels du moteur Stirling sont expliqués et l'on vérifie que le rendement du cycle thermodynamique théorique de ce moteur est meilleur que celui des moteurs à essence. Ensuite, nous étudions l'écart entre la théorie et la réalité des moteurs Stirling en abordant le problème des volumes morts. Pour une approche analytique des phénomènes physiques mis en jeu, on utilisera les notations ci-dessous :

- Énergie interne du gaz de travail : U
- Travail mécanique reçu par le gaz de travail : W
- Énergie calorifique reçue par le gaz de travail : Q
- Température : T
- Pression : P
- Volume : V^i
- Quantité de matière de gaz : n
- Constante des gaz parfaits : R
- Capacité thermique à volume constant : C_v
- Capacité thermique massique, à volume constant : C_{vm}
- Taux de compression : τ
- Rendement thermodynamique d'un cycle : ρ

¹ Nota : Les indices éventuellement ajoutés aux variables ci-dessus désignent les points de fonctionnement correspondant sur le cycle.

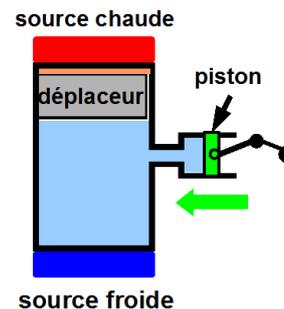
A.Principe de base

Une machine de Stirling est un moteur à air chaud, fonctionnant avec des pistons et un gaz de travail, et qui suit un cycle thermodynamique propre. Contrairement aux moteurs à essence ou Diesel, la source chaude de la machine est à l'extérieur des cylindres. L'énergie calorifique est transmise indirectement au gaz de travail. Avant d'entrer dans une étude théorique de ce moteur, et pour en clarifier le principe, on présente ci-dessous une description de son cycle du point de vue technique [1].

Le moteur comprend ici deux organes mobiles principaux : un piston et un déplaceur de gaz. Ces deux pièces sont reliées par une cinématique pour assurer leur coordination. (Il faut noter que cette configuration n'est qu'une possibilité utilisée en exemple ; on peut en inventer beaucoup d'autres !)

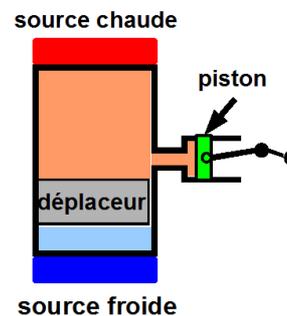
Étape 1 : compression isotherme

Le déplaceur est du côté de la source chaude : au point mort haut, il se déplace peu. Le piston se déplace en comprimant le gaz. Le gaz échange de la chaleur avec la source froide et la transformation est isotherme.



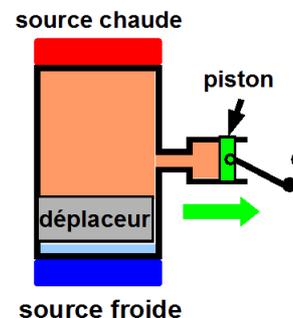
Étape 2 : réchauffement isochore du gaz

Le déplaceur se rapproche de la source froide, laissant le gaz en contact avec la source chaude. Celui-ci se réchauffe alors. Le piston est au voisinage du point mort haut et il se déplace peu, donc la transformation est isochore.



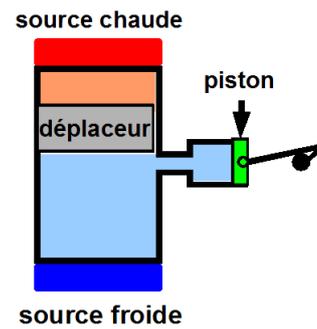
Étape 3 : détente isotherme

Le déplaceur est du côté de la source froide. Étant au point mort bas, il se déplace peu. Le gaz se détend et pousse le piston, fournissant un travail mécanique. Il continue également à recevoir de la chaleur de la source chaude pour que la transformation soit isotherme.

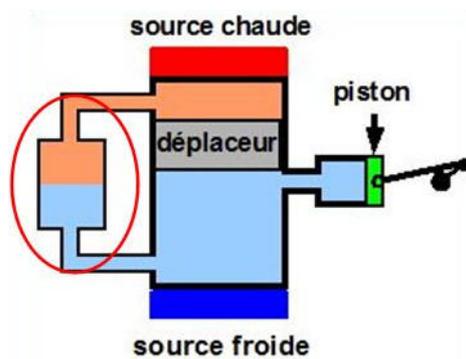


Étape 4 : refroidissement isochore

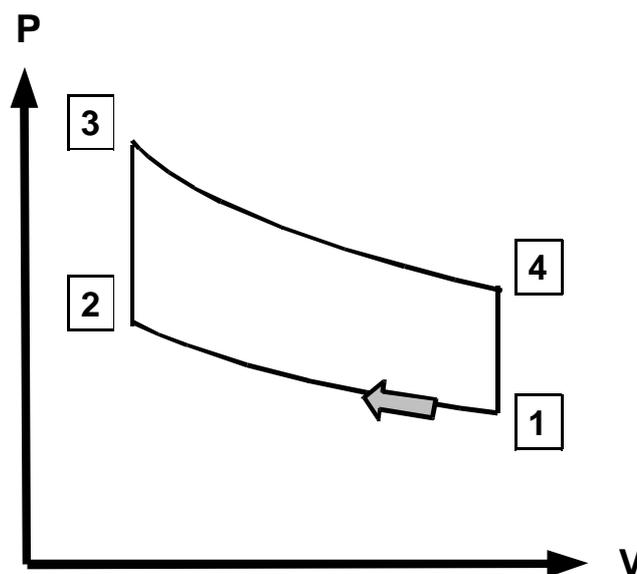
Le déplaceur se rapproche de la source chaude, permettant au gaz de se refroidir au contact de la source froide. Le piston est au voisinage du point mort bas et il se déplace peu : le volume est constant.



Ce principe de fonctionnement permet au moteur d'accepter n'importe quelle source de chaleur que l'on parviendrait à amener au niveau du réchauffeur de gaz. Il oblige de bien maîtriser les transferts thermiques qui peuvent être assez lents. Pour améliorer le rendement du moteur, il faut récupérer la chaleur dissipée par la source froide et la réinjecter dans le cycle plutôt que de la laisser partir dans l'atmosphère. Stirling a inventé un composant supplémentaire pour jouer ce rôle : le régénérateur. Il récupère l'énergie thermique cédée par le gaz lors du refroidissement, et il la redonne au gaz pendant la phase de réchauffage :



Le moteur de Stirling suit le cycle thermodynamique théorique suivant dans le plan (P, V) [1]:



Les quatre phases du cycle théorique correspondent aux quatre étapes qui ont été présentées plus haut :

1→2 : Compression isotherme à la température froide T_1 ;

2→3 : Réchauffage isochore du gaz de volume V_2 ;

3→4 : Détente isotherme à la température chaude T_3 ;

4→1 : Refroidissement isochore du volume V_4 ;

Toutefois, la réalisation technique du moteur rend plus floues les frontières entre les transformations thermodynamiques : le piston peut se déplacer légèrement pendant les phases de réchauffement ou de refroidissement qui ne sont pas parfaitement isochores ; la vitesse des transferts thermiques n'est pas infinie donc les isothermes ne sont pas non plus parfaites dans la réalité.

B. Rendement théorique du moteur Stirling

Le cycle du moteur Stirling possède un avantage notable par rapport au cycle des moteurs à explosion (cycle Beau de Rochas), en ce qui concerne le rendement théorique. Le rendement maximal d'un moteur à essence est environ de 0,55 [4]. Le rendement d'un moteur Stirling est donné par :

$$\rho = 1 - \frac{T_1}{T_3}$$

Pour une source froide à la température atmosphérique ($T_1 = 20^\circ\text{C}$), la valeur de ce rendement est supérieure à celle du moteur à essence dès que la source chaude dépasse les 45°C seulement. Le rendement (théorique !) atteint 0,8 pour une source chaude à 100°C . Ces résultats sont détaillés dans les calculs suivants. On se place dans le cadre de transformations réversibles, sans création d'entropie.

1. Moteur de Stirling idéal

Dans le bilan énergétique du cycle, on suppose que la totalité de l'énergie calorifique perdue par le gaz lors du refroidissement est récupérée par le régénérateur, pour être transmise à la source chaude (régénérateur parfait). Bilan d'énergie :

Phase du cycle	Énergie reçue par le gaz
1→2	$W_{12} + Q_{12}$
2→3	Q_{23}
3→4	$W_{34} + Q_{34}$
4→1	Q_{41}

Premier principe de la thermodynamique :

$$W_{12} + Q_{12} + Q_{23} + W_{34} + Q_{34} + Q_{41} = 0$$

Pour un régénérateur parfait, on a :

$$Q_{23} + Q_{41} = 0$$

$$\Rightarrow W_{12} + Q_{12} + W_{34} + Q_{34} = 0$$

Le rendement du cycle est égal au rapport des travaux mécaniques du gaz et de l'énergie dépensée :

$$\rho = \frac{-W_{12} - W_{34}}{Q_{34}}$$

La transformation 3→4 est isotherme. En supposant que C_V ne dépend pas du volume, on a :

$$\Delta U_{34} = W_{34} + Q_{34} = C_V \cdot \Delta T = 0$$

$$\Rightarrow W_{34} = -Q_{34}$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{W_{12} + W_{34}}{W_{34}}$$

Travail des forces de pression :

$$dW = -PdV$$

$$\Rightarrow W_{34} = - \int_{V_3}^{V_4} PdV$$

Loi des gaz parfaits : $PV = nRT$

$$\Rightarrow W_{34} = - \int_{V_3}^{V_4} nRT_3 \frac{dV}{V}$$

T_3 est constante (transformation isotherme)

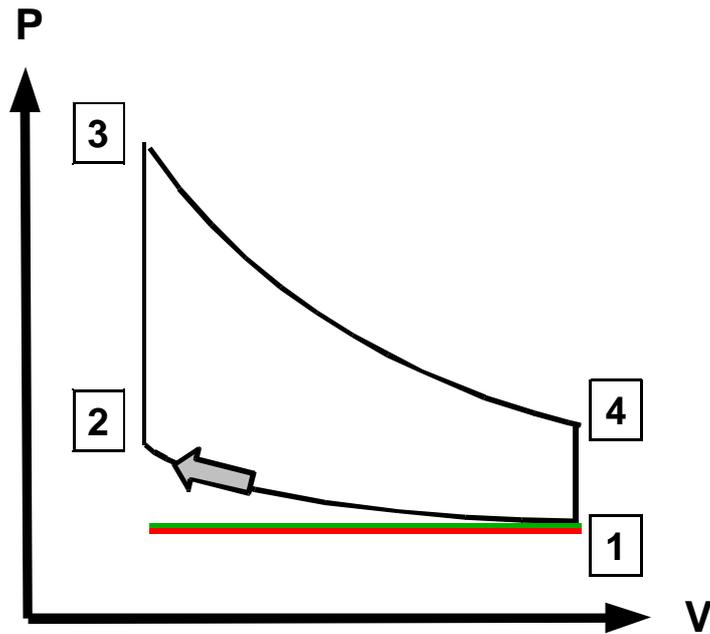
$$\Rightarrow W_{34} = -nRT_3 \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) \text{ et } W_{12} = nRT_1 \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{\rho = 1 - \frac{T_1}{T_3}}$$

On retrouve le même rendement que pour une machine de Carnot, dans le cycle de laquelle des transformations adiabatiques réversibles se trouvent à la place des isochores.

2. Cas du moteur à explosion

On rappelle tout d'abord le cycle Beau de Rochas :



1→2 : Compression adiabatique réversible

2→3 : Combustion isochore

3→4 : Détente adiabatique réversible

4→1 : Échappement (~ échange de chaleur avec la source froide, i.e. l'atmosphère)

Trajet vert : Échappement (fin)

Trajet rouge : Admission

Taux de compression :

$$\tau = V_1/V_2$$

Bilan énergétique : l'échappement et l'admission se font sans travail : pas de pertes de charge à l'aspiration, ni de travail de compression en chassant les gaz d'échappement. Ces deux étapes sont donc ignorées.

Phase du cycle	Énergie reçue par le gaz
1→2	W_{12}
2→3	Q_{23}
3→4	W_{34}
4→1	Q_{41}

Le premier principe s'écrit :

$$W_{12} + Q_{23} + W_{34} + Q_{41} = 0$$

Le rendement vaut :

$$\rho = \frac{-W_{12} - W_{34}}{Q_{23}}$$

En combinant les deux équations précédentes :

$$\rho = \frac{Q_{23} + Q_{41}}{Q_{23}} = 1 + \frac{Q_{41}}{Q_{23}}$$

2→3 et 4→1 sont des transformations isochores :

$$Q_{23} = C_V(T_3 - T_2)$$

$$Q_{41} = C_V(T_1 - T_4)$$

$$\Rightarrow \rho = 1 + \frac{T_1 - T_4}{T_3 - T_2}$$

On utilise les relations de Laplace pour les transformations adiabatiques réversibles des gaz parfaits :

$$T_3 V_3^{\gamma-1} = T_4 V_4^{\gamma-1}$$

Sachant que 2→3 et 4→1 sont isochores, on en déduit :

$$T_3 V_2^{\gamma-1} = T_4 V_1^{\gamma-1}$$

De plus :

$$T_2 V_2^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1}$$

$$\Rightarrow \frac{T_1 - T_4}{T_3 - T_2} = - \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1} = - \left(\frac{1}{r} \right)^{\gamma-1}$$

$$\Rightarrow \rho = 1 - \left(\frac{1}{r} \right)^{\gamma-1}$$

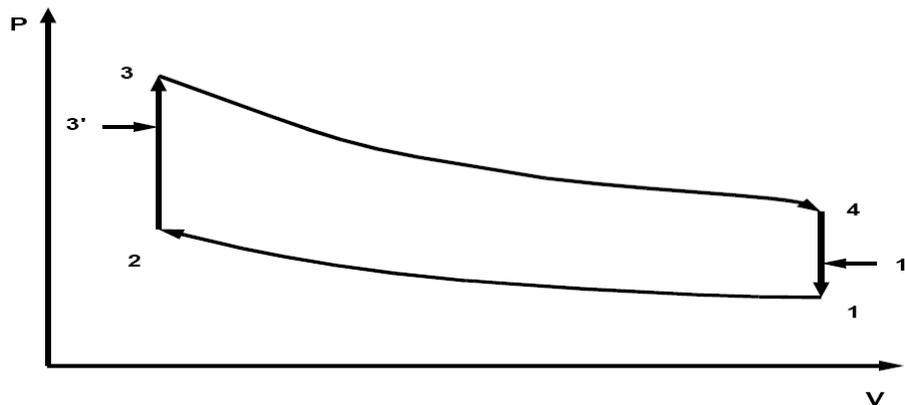
Le rendement ρ ne dépend donc que du taux de compression pour les moteurs à essence, le γ étant caractéristique du gaz de travail, le mélange air-essence en l'occurrence. Le taux de compression des moteurs à essence est peu variable car de lui dépend la qualité de la combustion. Il détermine la température des gaz juste avant que la bougie ne produise une étincelle. Trop chauds, il y a un risque d'auto-inflammation, et trop froids, la combustion est mauvaise et le rendement baisse. En pratique, le

taux de compression vaut 10 environ, et γ vaut 1,35 environ, ce qui donne un rendement de 0,55. Comme on l'a vu au début, le cycle de Stirling donne un rendement supérieur.

3. Analyse des cycles Stirling prenant en compte les volumes morts

Nous présentons ici l'analyse d'un moteur de Stirling imparfait pour lequel on tient compte des volumes morts ainsi que du caractère imparfait du régénérateur, en s'appuyant sur les lois classiques de la thermodynamique [3].

a) Schéma de principe :



On présente ici le cycle réel de Stirling. La température du fluide de travail à l'entrée et à la sortie du régénérateur correspond à $T1'$ et $T3'$. Il faut alors utiliser des échangeurs externes pour augmenter $T3'$ à $T3$, et diminuer $T1'$ à $T1$. Dans la suite 1,1', 2, 3,3',4 et tous les termes indicés par des chiffres correspondent aux états du diagramme ci-dessus.

Le volume mort correspond à la somme des volumes du fluide de travail contenu dans les échangeurs, le régénérateur et les raccords entre ces différents éléments. Il est donc impossible de supprimer complètement ces derniers. Habituellement, les volumes morts représentent environ 58% du volume total.

b) Les volumes morts

On peut séparer les volumes morts contenus dans le réchauffeur V_{Mc} , le régénérateur V_{Mr} , et le refroidisseur V_{Mf} . Le volume mort total est alors :

$$V_{Mt} = V_{Mc} + V_{Mr} + V_{Mf} = (k_{Mc} + k_{Mr} + k_{Mf}) \cdot V_{Mt} = k_{Mt} \cdot V_t$$

où V_t est le volume total et les différents k sont des rapports.

$$V_t = V_{Mt} + V_D + V_P$$

où V_D est le volume déplacé dans le piston déplaceur, et V_P le volume déplacé par le piston de travail. On pose aussi :

$$V_{Mt} = k_{Mdp} \cdot (V_D + V_P)$$

c)Le régénérateur imparfait

L'efficacité du régénérateur est donnée par :

$$e = \frac{T_3' - T_1}{T_3 - T_1}$$

On considère par ailleurs que la température du gaz dans le volume mort du régénérateur est :

$$T_r = \frac{T_3' + T_1'}{2} = \frac{T_3 + T_1}{2}$$

d)Équations d'état

On s'intéresse tout d'abord à la transformation isotherme 1→2. On obtient la pression par la loi des gaz parfaits :

$$p = \frac{mR}{\frac{V_c}{T_3} + K + \frac{V_f}{T_1}}$$

avec :

$$K = \frac{V_{Mc}}{T_3} + \frac{V_{Mr}}{T_r} + \frac{V_{Mf}}{T_1}$$

et m la masse totale de gaz dans le moteur. Le facteur K est le terme dépendant des volumes morts sur lequel on va pouvoir avoir une influence.

- Compression isotherme 1 → 2 :

Le fluide de travail est comprimé de :

$$V_{fl} = V_D + V_P$$

vers :

$$V_{f2} = V_D$$

La chaleur rejetée est alors :

$$dQ_{1-2} = dW_{1-2} = p \cdot dV$$

donc :

$$Q_{1-2} = mRT_1 \ln \frac{V_D + KT_1}{V_D + V_P + KT_1}$$

Le travail de compression ne dépend que du facteur K des volumes morts.

- Chauffage isochore 2 → 3

On décompose la chaleur échangée en deux phases : de 2 → 3' puis de 3' → 3, soit :

$$Q_{2-3'} = mC_v(T_3 - T_{3'}) = emC_v(T_3 - T_1)$$

$$Q_{3-3'} = mC_v(T_3 - T_{3'}) = (1 - e)mC_v(T_3 - T_1)$$

La chaleur apportée ne dépend que de l'efficacité du régénérateur.

- Expansion isotherme 3 → 4

Le volume chaud varie de :

$$V_{c3} = V_D$$

à :

$$V_{c4} = V_D + V_P$$

et $V_f = 0$. La chaleur apportée est alors :

$$dQ_{3-4} = dW_{3-4} = p.dV$$

et finalement :

$$Q_{3-4} = mRT_3 \ln \frac{V_D + V_P + KT_3}{V_D + KT_3}$$

- Refroidissement isochore 4 → 1

De même que pour le chauffage isochore on a :

$$Q_{4-1'} = -emC_v(T_3 - T_1)$$

et :

$$Q_{3-3'} = -(1 - e)mC_v(T_3 - T_1)$$

(Ces échanges de chaleur sont l'opposé de ceux de la transformation 2 → 3)

- Chaleur totale ajoutée

Pour une régénération imparfaite, la chaleur totale ajoutée est :

$$Q_e = Q_{3-3'} + Q_{3-4} = mC_v((1 - e)(T_3 - T_1) + (k - 1)T_3 \ln \frac{V_D + V_P + KT_3}{V_D + KT_3})$$

où k est le rapport de chaleur spécifique. La chaleur totale introduite dans le moteur dépend donc de l'efficacité du régénérateur et des volumes morts.

- Chaleur totale rejetée vers l'extérieur

$$Q_s = Q_{1-1'} + Q_{1-2} = mC_v((1 - e)(T_3 - T_1) + (k - 1)T_3 \ln \frac{V_D + V_P + KT_1}{V_D + KT_1})$$

ENSTA – Projet de Troisième Année

- Finalement on obtient le travail mécanique fourni par le premier principe de la thermodynamique, soit:

$$W_{net} = Q_e + Q_s = Q_{3-4} + Q_{1-2} = mR \left(T_3 \ln \frac{V_{c4} + KT_3}{V_{c3} + KT_3} - T_1 \ln \frac{V_{f1} + KT_1}{V_{f2} + KT_1} \right)$$

Q_e est la chaleur en entrée, et Q_s la chaleur en sortie.

Par ailleurs :

$$V_{c4} = V_{f1}$$

(Transformation isochore)

donc :

$$V_{c4} = V_d + V_p = V_t$$

De même :

$$V_{c3} = V_{c2} = V_d = V_2$$

soit :

$$W_{net} = mR \left(T_3 \ln \frac{V_D + V_P + KT_3}{V_D + KT_3} - T_1 \ln \frac{V_D + V_P + KT_1}{V_D + KT_1} \right)$$

On connaît désormais l'influence des volumes morts et de l'efficacité du régénérateur sur les différents échanges énergétiques. On remarque d'ailleurs qu'en l'absence de volumes morts et dans le cas d'une efficacité parfaite du régénérateur, on obtient l'efficacité thermique :

$$E_t = \frac{W_{net}}{Q_e} = \frac{T_3 - T_1}{T_3}$$

Le cycle de Stirling possède alors l'efficacité du cycle de Carnot opérant entre deux sources thermiques T3 et T1. On retrouve le résultat du cycle idéal.

Il est alors évident que la conception d'une machine réduisant au plus les volumes morts et utilisant un régénérateur quasi-parfait reviendrait à réaliser une machine de Carnot, autrement dit le moteur thermique le plus efficace possible en terme de rendement énergétique. En choisissant les caractéristiques classiques d'un moteur actuel on trouve un rendement de 27% là où l'efficacité de Carnot est de 63%. Les designs actuels de moteurs ne sont donc pas optimaux. Enfin, il vaut mieux ne pas avoir de régénérateur du tout qu'un mauvais régénérateur, car on élimine ainsi son volume mort.

II. Modélisation numérique du moteur Stirling

A. Introduction

Les « méthodes de deuxième ordre » vues jusqu'ici se basent sur des cycles thermodynamiques pour faire l'analyse et comprendre la physique des moteurs Stirling. Ces méthodes partent du principe que l'on peut représenter toute transformation thermique ayant lieu dans le moteur par une courbe connue dans le diagramme (P, V). Par "connue", on veut dire que la courbe est représentée par une équation dérivée des lois d'état (par exemple $PV = nRT$) et par des hypothèses de transformations idéales (par ex. adiabatique, isochore, isotherme...). Cette approche est inexacte car les lois d'état et les transformations idéales ne sont que des approximations de la physique « première » du problème, décrite par les lois fondamentales de conservation de la chaleur, de la masse et de la quantité de mouvement. Actuellement, grâce à la puissance atteinte par les moyens de calcul, dans tous les domaines de l'ingénierie, on fait appel à la modélisation numérique (par éléments finis, par volumes finis, etc.) pour résoudre ces équations fondamentales et ainsi bien reproduire les phénomènes physiques (dans tous les domaines : écoulements autour et à l'intérieur d'un corps, déformation de structures, échanges de chaleur lors d'un processus dans un fluide, cinétique des neutrons dans un réacteur, etc.)

Alors, les questions que l'on se pose sont :

- Peut-on faire ce type de modélisation pour les moteurs Stirling ?
- Quelqu'un l'a-t-il déjà fait ?
- L'approfondissement de la modélisation du cycle peut-elle permettre de réels progrès sur le moteur Stirling ?
- Si oui, comment doit-on procéder ?

Les réponses à ces questions ne sont pas évidentes. Le but de ce chapitre est d'essayer d'y répondre, sachant que les avis diffèrent parmi les spécialistes de ce domaine.

Les premières tentatives de simuler ce qui se passe à l'intérieur d'un moteur Stirling (d'une façon simplifiée) à travers l'utilisation de la CFD (Computational Fluid Dynamics) datent du début des années 80. A l'époque, l'informatique démarrait et le temps pour faire tourner une simulation était trop long, ce qui a énormément contribué au découragement des travaux dans ce domaine. Durant les vingt ans qui ont suivi, peu de progrès ont été faits. Quelques personnes et instituts intéressés par le moteur, notamment la NASA qui l'utilise comme source d'énergie dans ses missions spatiales pour son bon rapport rendement énergétique/poids, ont mis au point des codes de calcul capables de faire une analyse unidimensionnelle du moteur. Ces codes seront discutés avec plus de soin dans le prochain chapitre. Ce qui est important à noter, c'est qu'en 2005 la NASA a exprimé, et très bien expliqué, son besoin de passer au stade suivant de modélisation [8], ainsi corroborant l'idée que le développement futur du Stirling passe impérativement par la maîtrise de la simulation numérique du problème. On va maintenant passer à une description plus précise des modèles numériques existants, et des raisons justifiant le développement de modèles 3D, et finalement, de l'état de l'art du domaine.

B. Méthodes de troisième ordre (unidimensionnelles) :

Les méthodes de troisième ordre suivent les étapes listées ci-dessous :

- On divise le moteur en un ensemble de nœuds ou de volumes de contrôle.
- On écrit les équations de la mécanique des fluides (conservation de la masse, quantité de mouvement et énergie), souvent en faisant des hypothèses simplificatrices, exprimées en leur forme unidimensionnelle.

- On rajoute une loi d'état qui régit le comportement du gaz.
- Finalement, on résout le système d'équations en utilisant une méthode numérique adéquate.

Ces méthodes furent développées à partir des années 1960 en grande partie par trois chercheurs : Finkelstein [10], Urieli [11] et Berchowitz [12]. Elles sont très bien expliquées dans le livre de Martini « Stirling Engine Design Manual » [2]. Depuis, plusieurs codes ont été développés comme par exemple GLIMPS [13,14], Sage [15,16,17], HFAST [18], Martini Engineering [19] et Renfroe [20].

Ce qu'il faut retenir de ces méthodes c'est qu'elles ont pour la première fois permis la prise en compte du couplage entre les différents processus ayant lieu à l'intérieur du moteur et que ces méthodes sont devenues courantes dans le développement de nouveaux prototypes. Pour améliorer leur performance, on fait normalement un recalage avec des données expérimentales.

Les méthodes de troisième ordre présentent un gros handicap : elles ne simulent pas proprement le comportement du fluide vis-à-vis de phénomènes créés par le fait que le moteur n'est pas unidimensionnel, notamment la turbulence. Ainsi, le calcul des transferts de chaleur est faussé aux limites de volumes.

C.Méthode de quatrième ordre (multidimensionnelle)

La méthode de quatrième ordre consiste simplement en l'utilisation des codes multi-physiques (par ex. Ansys, Fluent, STAR-CD, CFD-ACE, Castem, etc..) pour investiguer les phénomènes physiques.

Les tentatives d'utilisation de ces codes pour modéliser un moteur un Stirling ne sont pas nombreuses. La première simulation d'un moteur complet a été faite par Mahkamov [21, 22, 23] au Royaume-Uni, néanmoins il n'existe pas beaucoup d'informations sur le sujet à cause de problèmes de confidentialité. Un deuxième cas est celui de Zhang [24], en Chine, qui affirme avoir réussi à faire une modélisation 3D d'un moteur Pseudo-Stirling avec un piston libre. Le calcul a duré trois mois, ce qui n'est pas très encourageant. Plus récemment la NASA a réussi à faire un calcul axisymétrique d'un moteur en une heure et a obtenu des résultats beaucoup plus encourageants. Ce travail représente une avancée dans la modélisation des moteurs Stirling et sera approfondi dans le paragraphe suivant.

1.Pourquoi faire du 4eme ordre ?

Dans ce paragraphe, on aborde les principaux arguments en faveur du développement de l'analyse numérique multidimensionnelle du moteur Stirling.

a)Modélisation de la turbulence

La turbulence est un phénomène tridimensionnel. Les simulations multidimensionnelles telles que les L.E.S. (Large Eddy Simulation) permettraient de déterminer les coefficients de transfert de chaleur et de frottement sans faire appel à des expérimentations en laboratoire. Une fois obtenus, on pourrait utiliser ces coefficients dans des simulations unidimensionnelles et ainsi dimensionner les composants du moteur en phase avant-projet.

b)Vérification des résultats obtenus avec la méthode de troisième ordre

Les simulations unidimensionnelles ne coûtent pas très cher en termes de temps de calcul et se montrent assez exactes pourvu, que les coefficients de frottement et de transfert de chaleur soient précis. Ainsi, on pourrait utiliser ces simulations plus simples pour faire des itérations d'optimisation du moteur et à la fin faire un dernier calcul tridimensionnel de façon à assurer que le moteur fonctionnera comme attendu et que l'on a bien estimé les coefficients.

c)Détermination de facteurs empiriques de correction

D'une manière similaire à ce qui a été dit dans la section « A », on peut se servir des calculs multidimensionnels pour évaluer certains facteurs liés aux échanges de chaleur et aux phénomènes de

frottement lorsque la géométrie des moteurs est telle que le flux se comporte d'une façon fortement tridimensionnelle. Ce genre de procédure a été déjà utilisé par Infinia, par exemple, pour le design de la tête d'un réchauffeur (heater head) qui avait une géométrie assez complexe. La prise en compte des facteurs de correction a permis d'améliorer l'erreur de la conception unidimensionnelle du moteur [25].

d) Aide aux expérimentations

L'incertitude expérimentale peut être rendue plus faible au travers de la modélisation multidimensionnelle. Souvent, il est intéressant de connaître le champ de vitesse et de température dans le moteur, par exemple pour pouvoir choisir des matériaux capables de supporter les efforts et l'usage liés à ces champs. Néanmoins, dans la pratique il est souvent difficile de mesurer physiquement dans un moteur ces valeurs à cause de problèmes d'accès aux régions d'intérêt ou encore parce que l'instrumentation du moteur entraîne un changement du flux dans le moteur, et ainsi fausse les mesures.

e) Quantification de pertes

Les mécanismes principaux de perte sont liés à la turbulence, à la viscosité et aux échanges de chaleur irréversibles. Le premier est par nature multidimensionnel. Les deux derniers sont normalement pris en compte au travers de facteurs qui sont déterminés de façon empirique. Or, avec une analyse numérique multidimensionnelle on n'a pas besoin de ces données expérimentales et souvent on parvient à des résultats encore plus précis que si l'on avait utilisé des facteurs expérimentaux.

2. Exemple d'un calcul réalisé par la NASA

La NASA a réussi en 2005 à faire une simulation axisymétrique du cycle complet d'un moteur Stirling utilisé dans les missions spatiales. Cette simulation a mis à peu près une heure, ce qui est tout à fait remarquable pour ce genre de calcul. Néanmoins, il faut bien dire les choses : pour avoir une telle performance, les ingénieurs ont dû faire un grand travail d'optimisation numérique, c'est à dire utiliser les meilleurs processeurs disponibles, une stratégie de calcul parallèle, des processus de maillage dynamiques et des algorithmes de résolution optimisés.

Les résultats de cette simulation ne sont en grande partie pas divulgués pour des raisons évidentes de confidentialité. Par contre, ce qui a été communiqué est très encourageant, comme on peut voir ci-dessous :

	T_h	T_c	freq	net Qin	PV Pout	net Qout
TDC #13	646.0	92.4	81.4	242.1	78.2	163.9
TDC #14	646.5	94.4	81.4	250.4	79.6	170.8
Simulation	650.0	80.0	80.0	247.3	79.7	168.3
%Err-AVE	100.6%	100.3%	98.2%	100.4%	100.9%	100.6%

- TDC#13 et TDC#14 : données expérimentales.
- %Err-AVE : erreur relative par rapport à la moyenne de données expérimentales.

3. Conclusion

La modélisation multidimensionnelle du moteur Stirling, impossible pendant plus de trois décennies à cause de la complexité numérique nécessaire à la résolution des équations, est devenue un domaine prometteur grâce à la puissance de calcul des ordinateurs actuels. Les résultats des premières comparaisons entre des calculs 3D et des valeurs expérimentales montrent que l'on arrive à bien prédire le comportement physique du moteur.

Ce type de calcul pourra beaucoup aider le développement du moteur vu que l'on pourra créer de nouvelles conceptions de moteurs et les tester avant de fabriquer un prototype, ce qui permet de beaucoup optimiser le processus. En outre, ce genre de calcul permet de reproduire ce qui se passe dans le moteur d'une manière bien plus complète une fois que les équations résolues sont les vraies équations de la mécanique des fluides et des solides et non pas des approximations, souvent imprécises, par des transformations thermodynamiques idéales utilisées dans les méthodes de deuxième ordre.

Il faut néanmoins, être réaliste et reconnaître que ce genre de modélisation est assez complexe et exige, surtout, des puissances de calcul très importantes. C'est un domaine encore très peu exploité et qui va certainement aider dans le futur à apporter des réponses au développement du moteur Stirling.

Finalement, il faut dire que les modèles unidimensionnels et multidimensionnels de modélisation du moteur sont toutes importantes, et pourvu qu'elles soient utilisées de manière correcte et complémentaire, elles peuvent être des outils très puissants capables de fournir des designs initiaux du moteur, des coefficients d'ajustement, une optimisation du design et une démonstration finale du prototype avant sa fabrication.

III. Quel modèle économique pour rentabiliser le développement et la production de ce type de moteur ?

A. Définition du modèle économique

Afin de réaliser le modèle économique du moteur Stirling, nous devons évaluer le prix des différents composants de ce moteur. Pour cela, nous nous sommes appuyés sur l'étude réalisée par Sébastien Bonnet pour sa thèse : « *Moteurs thermiques à apport de chaleur externe : étude d'un moteur STIRLING et d'un moteur ERICSSON* » dont le rapport est disponible sur le site www.moteurstirling.com.

Nous étudierons ici les coûts d'un système de micro-cogénération d'une puissance électrique assez élevée (11kW) susceptible de chauffer un immeuble par exemple.

En ce qui concerne les échangeurs, il est facile de trouver le prix de la matière première constitutive et nous multiplierons ce prix par un facteur pour représenter le coût de la main d'œuvre. Dans notre étude comme dans celle de Sébastien Bonnet nous avons pris un coefficient de 3.

Pour les autres éléments du moteur, le prix sera modélisé à partir de prix déjà observés et ajustés suivant le rapport de la taille des équipements (et donc leur puissance) selon la loi suivante :

$$P(E) = P(E_{\text{observé}}) \left(\frac{E}{E_{\text{observé}}} \right)^{\alpha} \quad (\text{III.1})$$

Le coefficient α sera plus petit que 1 pour modéliser un effet d'échelle (plus l'appareil est gros, moins le coût marginal est élevé). La formule reste cependant approximative pour des petites puissances (E faible) mais on acceptera que les valeurs trouvées donnent un bon ordre de grandeur du prix réel.

Ainsi, on prendra les valeurs suivantes pour le prix des éléments autres que les échangeurs de notre moteur :

Élément	Prix connus (€)	Taille (puissance)	Coefficient α
Chambre de combustion	33800	Chaleur de combustion : 82337 kW	0,73
Compresseur	3735000	Puissance fournie : 28000 kW	0,95
Détendeur	3739000	Puissance récupérée : 48000 kW	0,95
Arbre de compression	5% du prix du compresseur	Puissance transmise : 28000 kW	0,95
Arbre de détente	5% du prix du détendeur	Puissance transmise : 48000 kW	0,65

ENSTA – Projet de Troisième Année

Nous pouvons donc déterminer le prix de chacun des composants du moteur à partir de ce tableau et de la formule III.1.

Maintenant que nous avons le prix du matériel, il faut connaître son temps d'utilisation pour ramener le prix à un coût par unité de temps. Pour cela considérons que notre équipement fonctionnera pendant 10 ans à raison de 8000 heures par an. C'est une simplification nécessaire mais qui engendre des erreurs : nous ne savons pas si la durée choisie est très pertinente, la durée de vie de chacun des éléments n'est pas forcément la même et nous n'actualiserons pas les coûts.

Voici le tableau récapitulatif des différents éléments en tenant compte des coûts des équipements électriques pour les faire fonctionner :

Élément	Prix (€)	Taille (ou puissance)	Prix par unité de temps
Chambre de combustion	1200	Chaleur de combustion : 36 kW	$4,2 \cdot 10^{-6}$
Compresseur	2775	Puissance fournie : 11,4 kW	$8 \cdot 10^{-6}$
Détendeur	7235	Puissance récupérée : 26 kW	$2,5 \cdot 10^{-5}$
Arbre de compression	112	Puissance transmise : 11,4 kW	$3,9 \cdot 10^{-7}$
Arbre de détente	1400	Puissance transmise : 26 kW	$4,9 \cdot 10^{-7}$
Préchauffeur	2775	4,9 m ²	$9,6 \cdot 10^{-6}$
Réchauffeur	12840	5,8 m ²	$4,5 \cdot 10^{-5}$
Récupérateur	8268	14 m ²	$2,9 \cdot 10^{-6}$
Refroidissement interne	1110	0,3 m ²	$3,9 \cdot 10^{-6}$

Le prix total de l'installation est de 37715€ soit pour 11 kW, 3428 € du kW installé. Cette valeur ne semble pas très éloignée de ce qu'on peut trouver sur le marché (2300€ du kW pour la machine SOLO 161 de la marque SOLO Kleinmotoren GmbH) et même proche des prix pour des systèmes de micro cogénération à moteur à combustion interne (28000€ pour 5 à 18 kW).

Nous avons donc calculé les coûts fixes de ce système de micro cogénération à moteur Stirling mais sans compter des coûts de maintenance et nous allons maintenant voir les coûts variables.

Afin de déterminer les coûts variables (coûts de fonctionnement) le modèle que nous avons choisi propose de faire une étude exergetique (l'exergie est la fraction mécanisable de l'énergie donc ce qui servira vraiment à faire tourner le moteur) du système et de définir un coût exergetique pour tous les

fluides (air, gaz, eau...) présents dans notre système. Les coûts exergetiques de ces fluides sont exprimés en € par Joule. Ces coûts sont donc les coûts énergétiques du fluide multipliés par un coefficient inférieur à 1 qui dépend de l'élément dans lequel le fluide passe modélisant l'exergie.

Le résultat de cette étude nous donne un coût variable de 0.15 € du kWh (coût du gaz de combustion, de l'eau de refroidissement).

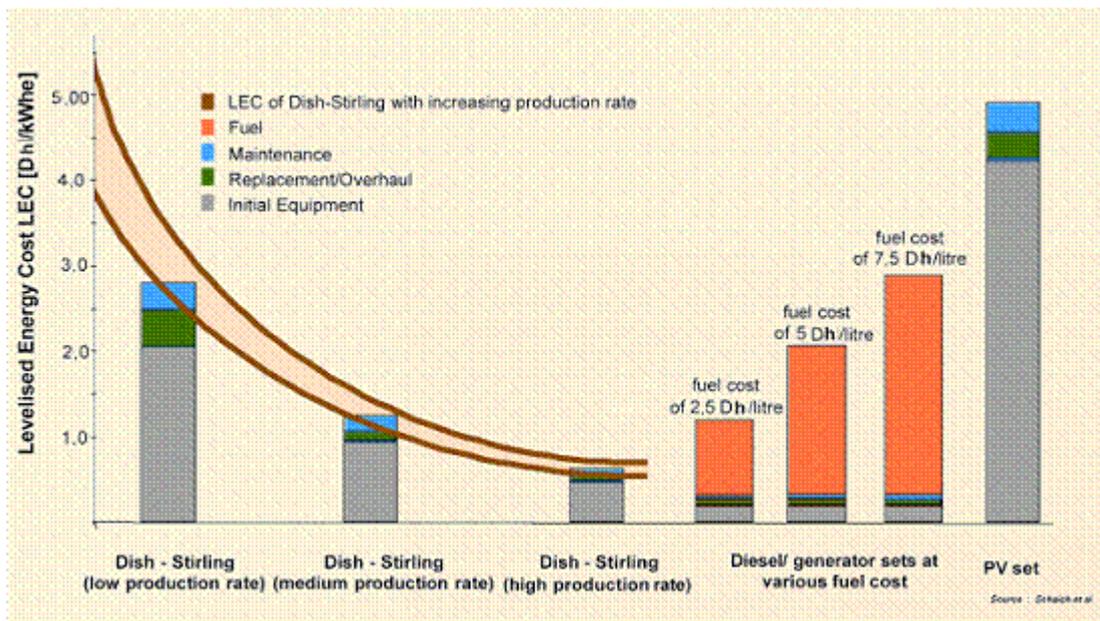
Nous allons maintenant exploiter le modèle présenté et discuter des résultats trouvés.

B. Exploitation du modèle

Il apparaît tout d'abord que le système de micro cogénération à moteur de Stirling pourrait avoir un intérêt économique ne serait-ce que sur les prix d'installation (ie. sans compter les coûts de fonctionnement) si seulement il était produit à plus grande échelle et par plusieurs entreprises (afin de faire baisser son prix du fait de la concurrence).

Par exemple, une étude économique a été menée par le Centre National pour la Recherche Scientifique et Technique au Maroc sur un système de production d'électricité par un moteur Stirling avec chauffage par énergie solaire (système Dish Stirling).

Le résultat de cette étude est le suivant :



Nous pouvons voir que le système Dish-Stirling est compétitif vis-à-vis du photovoltaïque (tout à droite) car les coûts d'installation (en gris) sont bien inférieurs. L'arbitrage avec des générateurs à moteur Diesel change suivant le prix du carburant et suivant le taux de production du système Dish-Stirling. Il est a priori possible de faire baisser les coûts de 75 % pour une production soutenue !

Cela n'est certainement pas négligeable car le système deviendrait compétitif par rapport aux centrales Diesel même avec un coût du pétrole faible. Un moyen puissant pour rendre un moteur de Stirling avantageux est de faire baisser les coûts fixes car une grande partie des coûts provient de là et cela passe par une production de masse et de la concurrence. Cela est donc envisageable dans un avenir proche car il ne semble pas y avoir de contraintes technologiques mais seulement un manque d'engouement pour ce moteur. Il est probable que la future pénurie de pétrole amène des investisseurs à s'intéresser à des systèmes avec des moteurs de Stirling.

Nous considérerons ici que la source d'énergie primaire est le solaire ou la géothermie par exemple (sans dégagement de CO₂). En effet, au niveau des coûts variables, nous avons vu dans le paragraphe 1 qu'ils étaient de 0.15 € du kWh ce qui n'est pas très éloigné des 0.12 €/kWh proposés par EDF. De plus le contenu CO₂ du chauffage électrique est de 180 g/kWh (ce prix et tous ceux qui suivent proviennent du CRE et du dépliant DGEMP 2008 et les contenus CO₂ de l'ADEME) donc un coût supplémentaire de 0.006 €/kWh en prenant un coût du CO₂ à 32 €/tonne (source : CAS 2008). Ainsi, la différence de coûts variables entre un chauffage électrique et un chauffage à micro-cogénération avec un moteur de Stirling est de 0.024 €/kWh ce qui reste significatif mais qui pourrait baisser avec la hausse du prix du CO₂ par exemple.

S'il nous nous intéressons maintenant aux autres sources de chauffage telles que le chauffage au fioul, gaz par exemple nous obtenons les résultats suivants :

- le prix du fioul est de 0.065 €/kWh et son contenu CO₂ est de 300 g/kWh soit un prix total de 0.075 €/kWh ce qui est donc plus de moitié moins cher que le système à micro-cogénération. Cependant, nous ne tenons pas compte ici de la hausse du pétrole ni de celle du CO₂. En effet, il existe un scénario dans le CAS qui propose un prix de 200 € la tonne de CO₂. Dans ce cas (certes extrême mais envisagé), le prix total serait donc de 0.125 €/kWh. Les prix sont maintenant du même ordre et l'arbitrage se fera entre un mode de chauffage économique mais polluant et le système à moteur de Stirling.

Si maintenant le prix du pétrole s'envole (comme cela a été le cas et comme cela va arriver certainement quand les stocks vont diminuer), il est possible que la compétitivité relative de ces deux systèmes change. Par exemple, pour un prix doublé, le prix total est de 0.14 €/kWh avec le CO₂ à 32 €/tonne (la valeur du prix du pétrole à partir de laquelle notre système est compétitif pour un prix du CO₂ bas est un peu plus de deux fois la valeur actuelle) et 0.19 €/kWh avec le CO₂ à 200 €/tonne ce qui donne tout son sens à notre système d'un point de vue économique et écologique (dans le cas d'un prix élevé du CO₂ la valeur du prix du pétrole à partir de laquelle notre système est compétitif est un peu moins de 1.5 fois la valeur actuelle).

- le prix du gaz est de 0.054 €/kWh et son contenu CO₂ est de 234 g/kWh soit un prix total de 0.063 €/kWh ce qui est donc bon marché tout comme pour le fioul. Néanmoins, avec un prix pour le CO₂ de 200 €/tonne le prix total grimpe à 0.11 €/tonne qui est comparable à 0.15 €/tonne. De plus, nous pourrions faire le même raisonnement que pour le fioul en supposant que le prix du gaz va également augmenter...

Nous voyons donc l'utilisation de moteurs Stirling ne sera pas dépourvue d'intérêt dans un futur proche et nous allons voir maintenant quels sont les usages possibles de ce type de moteur ainsi que ses avantages en ce qui concerne l'environnement.

C. Usages du moteur Stirling et avantages pour l'environnement

L'usage actuel principal des moteurs Stirling est la recherche en milieu universitaire (les recherches de Phillips sur le sujet se sont arrêtées) dont le but est de comprendre son fonctionnement (modélisation, amélioration du rendement).

Il y a eu aussi des essais peu concluants pour équiper des voitures avec un moteur Stirling mais cela n'est plus d'actualité. Nous pouvons citer d'autres usages tels que la production d'électricité (groupe électrogène, sur des bâtiments militaires, centrale électrique), dans les réfrigérateurs, dans les satellites et dans la recherche océanographique. Néanmoins, il est probable que l'usage principal de ce type de moteur est la cogénération individuelle pour chauffer et produire l'électricité d'habitations. Il semble que l'avenir du moteur Stirling réside dans cette utilisation.

L'avantage de ce moteur vis-à-vis de l'environnement est que la combustion est externe donc peut-être plus facilement maîtrisée : il est possible de consommer moins de carburant en réduisant les imbrûlés

et limiter les rejets de gaz à effet de serre, ce qui est un atout majeur dans le contexte actuel. De plus si la source chaude est d'origine solaire ou géothermique il n'y a pas de dégagement de CO₂. Par ailleurs, ces moteurs ont l'avantage d'être silencieux, ce qui est un grand avantage face à la pollution sonore des moteurs thermiques conventionnels.

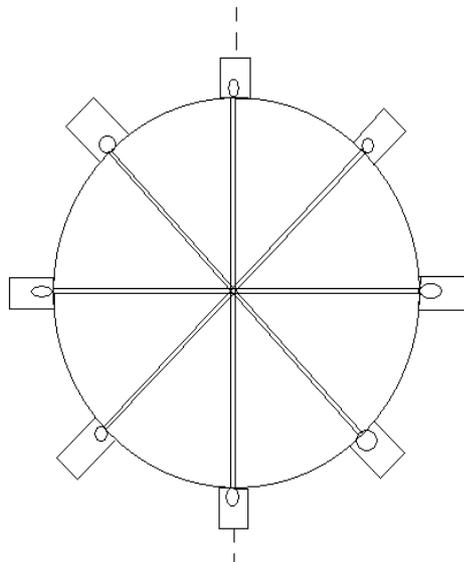
IV. Moteur de Stirling à air chaud pour les pays en voie de développement

A.Principe du moteur

Le moteur que nous avons tenté de réaliser est un moteur basé sur les principes décrits précédemment, avec des moyens rudimentaires, et une mise en œuvre simple. C'est cette simplicité du système qui donnait tout son intérêt au moteur. L'idée originale nous a été donnée par Serge Klutchenko, qui a lui-même développé un nouveau type de moteur Stirling avec un rendement nettement plus intéressant que ceux mesurés sur les modèles précédents.

Ce moteur pourrait par exemple être utilisé dans les pays pauvres avec un fort ensoleillement, pour mettre en place des systèmes d'irrigation.

1.Schéma de principe



Le schéma ci-dessus est un schéma simple du moteur, qui permet de comprendre rapidement son principe de fonctionnement. Le matériel utilisé est simple : une roue de vélo, des tubes en plastique, des canettes de soda vides et des ballons de baudruche. Les rayons représentés sur le dessin sont en fait des tubes en plastique dans lesquels circule de l'eau. Ces tubes sont limités à leurs deux extrémités par des ballons de baudruche extensibles. Ces ballons de baudruche sont contenus dans les canettes de soda. L'espace entre les ballons de baudruche et les parois est rempli d'air, cette cavité d'air doit être parfaitement fermée, la difficulté résidant dans l'étanchéité à l'air des joints entre les tuyaux en plastique et les canettes de soda.

La moitié gauche du système est isolée de toute source de chaleur et de tout rayonnement par un cache en carton tandis que la moitié droite est exposée à une source de rayonnement : le soleil (ou pour nos expériences un spot). Ainsi, si l'on considère séparément chaque système élémentaire constitué d'un tuyau, de ses canettes et ballon de baudruche à chaque extrémité, une canette est exposée au rayonnement et pas l'autre. La canette exposée monte en température sous l'effet du rayonnement et la pression exercée sur le ballon de baudruche exposé devient plus forte. Ceci entraîne un déplacement de masse d'eau du côté chaud vers le côté froid, et génère ainsi un moment sur l'axe de la roue. C'est la somme de ces moments élémentaires qui vont mettre la roue en mouvement.

2.Énergie

Ce système permet de convertir une énergie primaire : l'énergie du soleil, en énergie mécanique de rotation de la roue. Reste ensuite à mettre en place un système de récupération de cette énergie mécanique, mais ce n'est pas l'objet de notre travail, nous nous concentrerons simplement sur la partie transformation d'énergie solaire en énergie mécanique.

B.Modélisation du moteur

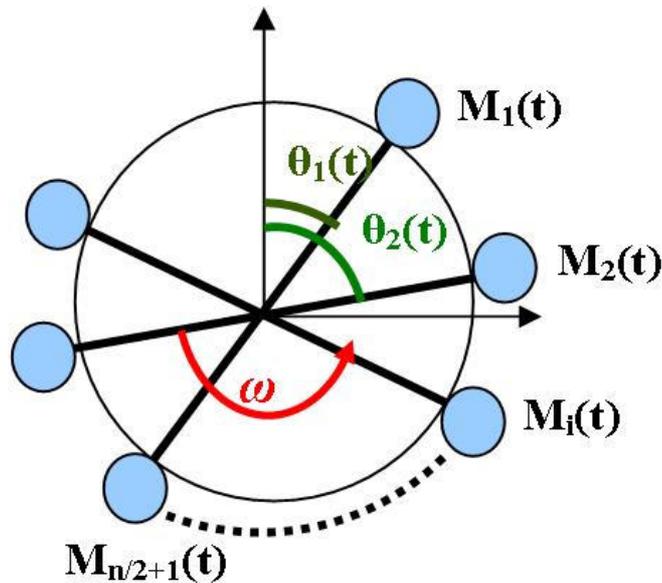
1.Vocabulaire :

Élément : Système composé d'un ballon de baudruche rempli d'eau, placé à l'intérieur d'une canette

Système élémentaire : Système composé de deux éléments diamétralement opposés sur la roue, reliés par un tube rempli d'eau

2.Notations utilisées dans la suite du paragraphe

- ρ Masse volumique de l'eau
- J Moment d'inertie de la roue
- Γ Couple résistant du moteur
- R Rayon de la roue
- n Nombre total d'éléments (n est forcément pair)
- $r_i(t)$ Rayon du ballon de baudruche de l'élément i
- r_0 Rayon d'un ballon de baudruche au repos
- K Constante de raideur du ballon de baudruche
- $P_i(t)$ Pression de l'air dans l'élément i
- ω Vitesse de rotation de la roue en régime permanent
- $\theta_1(t), \theta_2(t) \dots \theta_n(t)$ Angles faits par les éléments i avec la verticale
 - (angles mesurés dans le sens des aiguilles d'une montre)
- $M_1(t), M_2(t), \dots M_n(t)$ Masses des systèmes i en fonction du temps



3. Modélisation globale de la roue

a) Relation entre les θ_i

La géométrie du système impose les relations suivantes entre les $\theta_i(t)$:

$$1 \leq i \leq n, \quad \theta_i(t) = \theta_1(t) + \frac{(i-1)2\pi}{n}$$

Dans le cas où le moteur a atteint son régime permanent l'angle θ_i est donné par :

$$\theta_1(t) = -\omega t$$

Les relations sur les $\theta_i(t)$ peuvent donc se simplifier de la façon suivante :

$$1 \leq i \leq n, \quad \boxed{\theta_i(t) = -\omega t + \frac{(i-1)2\pi}{n}}$$

b) Équation du mouvement

Le théorème du moment cinétique appliqué à la roue mène à l'équation suivante :

$$J \frac{\partial \omega}{\partial t} = \sum R M_i(t) \sin \theta_i(t) + \Gamma$$

En régime permanent, la vitesse de rotation ω est constante, et l'équation précédente devient :

$$\Gamma = \sum R M_i(t) \sin \theta_i(t)$$

Pour déterminer le couple résistant du moteur, il est nécessaire de connaître la loi d'évolution de $M(t)$ en fonction du temps.

4. Source d'énergie et condition de couple résistant

Le couple résistant sera fixé par le système couplé à la roue qui servira à faire circuler de l'eau à partir de l'énergie fournie par la roue. L'énergie mécanique fournie par la roue est due à la transformation d'énergie solaire en énergie mécanique effectué par notre système. L'énergie fournie et le couple

résistant appliqué au moteur déterminerons le régime du moteur c'est à dire la vitesse de rotation ω .

Calcul de l'énergie solaire fournie :

Hypothèses de l'estimation :

- L'énergie solaire sur une surface normale au rayonnement en entrée de l'atmosphère, proche de l'équateur : 1366 W/m^2
- Cette énergie solaire subit dans l'atmosphère une atténuation de 30%
- Pour prendre en compte l'inclinaison de la surface des canettes par rapport aux rayons incidents on multiplie par un facteur $\cos(45^\circ)$
- La surface d'une canette exposée au rayonnement est d'environ 20 cm^2

La puissance reçue est donc :

$$P_{reçue} = 1380 * 0,7 * \cos 45 * S$$

Application numérique : on trouve une puissance de $3,7 \text{ W}$.

On en déduit donc l'énergie reçue pendant un cycle pour une roue avec n éléments :

$$E_{reçue} = n * \frac{P_{reçue} * \pi}{\omega}$$

L'énergie délivrée par le moteur est donnée par :

$$E_{fournie} = \Gamma \omega$$

L'énergie reçue et l'énergie fournie sont liées par l'expression du rendement. Cependant ce rendement ne peut être mesuré qu'expérimentalement et nous n'avons pas pu le faire. On postulera donc un rendement de 50% dû à toutes les pertes par frottement, et dans les transferts thermiques.

$$E_{fournie} = \eta E_{reçue}$$

On en déduit une relation déterminant la valeur de ω :

$$\omega^2 = 0,5 n * \frac{P_{reçue} * \pi}{\Gamma}$$

Pour illustrer notre propos prenons l'exemple suivant :

Supposons qu'à chaque cycle de la roue, un litre d'eau soit remonté par des récipients accrochés sur la roue. En permanence les récipients du côté éclairés seront pleins (0,5L au total) alors que les autres seront vides, ce qui créera un moment résistant sur la roue.

$$\Gamma = 0,5 \cdot 10^{-3} \rho g 2 R \int_{\alpha=0}^{-\pi} \sin \alpha d\alpha = \rho g R 10^{-3}$$

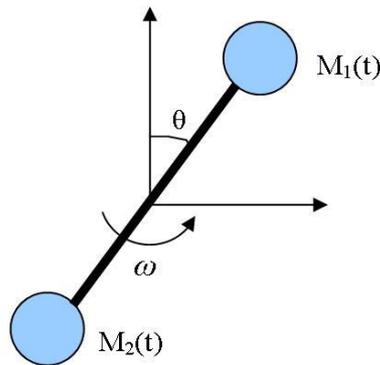
Application numérique :

$$\Gamma = 10^3 * 9,81 * 0,3 * 10^{-3} = 2,9 \text{ N}$$

On peut en déduire la vitesse de rotation correspondante :

$$\omega = \sqrt{\frac{0,5 * 10 * 3,7 * \pi}{\Gamma}} = 2 \text{ tr/min}$$

5. Modélisation d'un système élémentaire tournant autour de l'axe de la roue à une vitesse angulaire ω



a) Équation d'équilibre de la membrane du ballon de baudruche.

Pour modéliser le comportement de la membrane d'un ballon de baudruche, on postule une loi élastique linéaire par rapport à sa surface,

$$F = -K(r^2 - r_0^2) \text{ si } r > r_0$$

$$F = 0 \text{ si } r < r_0$$

F est ici une force par unité de surface (homogène à une pression)

b) Premier cas : si $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$

Évolution du rayon du ballon de baudruche en fonction de l'angle θ

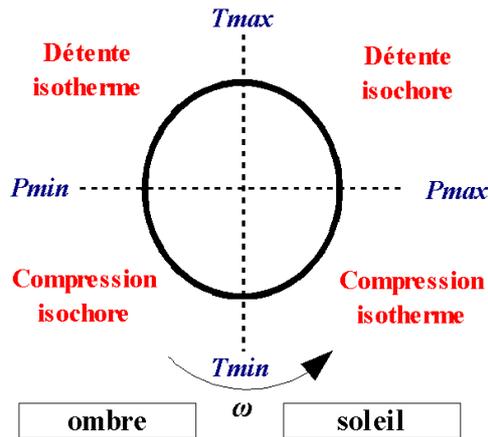
On suppose que la membrane 2 (en bas) est soumise à la pression de la colonne d'eau, à la pression de l'air dans la canette 2 et à la force de rappel élastique donnée ci-dessus.

Pour la membrane 1 (en haut) on suppose que les pressions sont égales de part et d'autre de la membrane et que $r_1 < r_0$, donc la force liée à l'élasticité de la membrane est nulle.

L'équation d'équilibre du système est donc la suivante :

$$P_2(t) + K(r_2^2 - r_0^2) = P_1(t) + \rho g 2R \cos \theta(t)$$

Pour aller plus loin, il est nécessaire de faire des hypothèses sur l'évolution de la pression de l'air dans chacun des systèmes. On supposera de façon très simplifiée qu'en fonction de l'angle θ , un élément subit les transformations décrites sur le schéma suivant :



D'après ce schéma la pression maximale sera atteinte en $\theta = \pi / 2$ et la pression minimale atteinte en $\theta = -\pi/2$. Ceci est une simplification assez grossière du fonctionnement réel car aucune des transformations n'est réellement isotherme ou isochore. En revanche ceci met en évidence le fait que sur les transformations « isochores » le phénomène qui déterminera l'évolution de la pression sera l'évolution de la température due au rayonnement et sur les transformations « isothermes » le phénomène qui déterminera l'évolution de la pression sera la variation du volume du ballon de baudruche.

D'après les considérations précédentes on postule une loi d'évolution simple, de forme sinusoïdale, telle que la pression soit maximale en $\theta = \pi/2$ et minimale en $\theta = -\pi/2$:

$$P_1(\theta) = \frac{P_{min} + P_{max}}{2} + \frac{P_{max} - P_{min}}{2} \sin \theta$$

$$P_2(\theta) = \frac{P_{min} + P_{max}}{2} - \frac{P_{max} - P_{min}}{2} \sin \theta$$

P_{min} et P_{max} sont à déterminer en fonction de la puissance du rayonnement reçu et de la durée d'exposition c'est à dire ω .

On en déduit une expression du rayon du ballon de baudruche se trouvant « en bas » en fonction de l'angle θ :

$$r_2^2(\theta) = r_0^2 \left(1 + \frac{P_{max} - P_{min}}{K r_0^2} \sin \theta + \frac{2 \rho R g}{K r_0^2} \cos \theta \right)$$

Évolution de la masse d'un élément pendant le cycle :

A partir de l'expression du rayon du ballon on retrouve facilement la masse d'eau correspondante :

$$M_2(\theta) = \frac{4}{3} \pi r_2^3 \rho$$

D'où :

$$M_2(\theta) = \frac{4}{3} \pi \rho r_0^3 \left(1 + \frac{P_{max} - P_{min}}{K r_0^2} \sin \theta + \frac{2 \rho R g}{K r_0^2} \cos \theta \right)^{\frac{3}{2}}$$

Par ailleurs on suppose que $\frac{r_2 - r_0}{r_0} \ll 1$

L'expression de la masse se simplifie alors en faisant un développement limité à l'ordre 1 :

$$M_2(\theta) = \frac{4}{3} \pi \rho r_0^3 \left(1 + \frac{3(P_{\max} - P_{\min})}{2K r_0^2} \sin \theta + \frac{3\rho R g}{K r_0^2} \cos \theta \right)$$

La masse peut du ballon peut être décomposée de la façon suivante :

$$M_2(\theta) = M_0 + \overline{M}_2(\theta)$$

avec $M_0 = \frac{4}{3} \pi \rho r_0^3$

$$\overline{M}_2(\theta) = 2\pi \rho r_0 \left(\frac{P_{\max} - P_{\min}}{K} \sin \theta + \frac{2\rho R g}{K} \cos \theta \right)$$

Par ailleurs, par conservation de la masse dans chacun des systèmes élémentaires implique la relation suivante :

$$M_1(\theta) = M_0 - \overline{M}_2(\theta)$$

Donc

$$\overline{M}_1(\theta) = -\overline{M}_2(\theta) = -2\pi \rho r_0 \left(\frac{P_{\max} - P_{\min}}{K} \sin \theta + \frac{2\rho R g}{K} \cos \theta \right)$$

c) Deuxième cas : si $\theta \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi \right]$

On s'intéresse alors à l'équation de la membrane du système 1 qui se trouve maintenant « en bas ».

$$P_1(t) + K(r_1^2 - r_0^2) = P_2(t) - \rho g 2R \cos \theta(t)$$

Les lois d'évolution de la pression restent les mêmes que précédemment :

$$P_1(\theta) = \frac{P_{\min} + P_{\max}}{2} + \frac{P_{\max} - P_{\min}}{2} \sin \theta$$

$$P_2(\theta) = \frac{P_{\min} + P_{\max}}{2} - \frac{P_{\max} - P_{\min}}{2} \sin \theta$$

On en déduit donc :

$$r_1^2(\theta) = r_0^2 \left(1 + \frac{P_{\max} - P_{\min}}{K r_0^2} \sin \theta + \frac{2\rho R g}{K r_0^2} \cos \theta \right)$$

Évolution de la masse d'un élément pendant le cycle

Avec le même raisonnement que pour le cas précédent, on trouve que :

$$\overline{M}_1(\theta) = -2\pi \rho r_0 \left(\frac{P_{\max} - P_{\min}}{K} \sin \theta + \frac{2\rho R g}{K} \cos \theta \right)$$

$$\overline{M}_2(\theta) = 2\pi \rho r_0 \left(\frac{P_{\max} - P_{\min}}{K} \sin \theta + \frac{2\rho R g}{K} \cos \theta \right)$$

Pour conclure, quelque soit la valeur de θ on trouve :

$$M_1(\theta) = M_0 - 2\pi\rho r_0 \left(\frac{P_{max} - P_{min}}{K} \sin\theta + \frac{2\rho R g}{K} \cos\theta \right)$$

d)Évaluation de Pmin et Pmax

On prendra pour valeur de la pression minimale : $P_{min} = 1\text{ bar}$

Pour avoir une estimation de la valeur de Pmax, nous allons déterminer la variation de pression due à l'exposition au rayonnement d'un élément pendant un demi-tour.

$$m_{air} c_{air} \Delta T = \frac{P_{rayonnement} * \pi}{\omega}$$

Par ailleurs la loi des gaz parfaits nous permet d'établir la variation de pression en fonction de la variation de température :

$$\Delta P = \rho R \Delta T$$

D'après ces deux relations :

$$\Delta P = \frac{P_{rayonnement} * \pi * R}{\omega V_{air} c_{air}}$$

Application numérique :

$$\Delta P = \frac{3,7 * 3,14 * 0,3}{2 * 20 * 1,1} = \frac{0,16}{\omega} \text{ bars}$$

Ceci est la valeur de la variation de pression quelque soit la valeur de la vitesse de rotation de la roue. Dans le cas de l'exemple de chargement cité plus haut, on obtient une variation de pression de 0,08 bars.

Ce calcul ne permet bien sûr que d'obtenir qu'un ordre de grandeur de la variation de pression, pour obtenir une valeur plus précise il faudrait prendre en compte la variation du volume pendant la transformation (ici considéré comme fixe) et intégrer cela sur la phase de compression du cycle qui ne coïncide pas avec la phase de chauffage par rayonnement. Par ailleurs ce calcul ne prend pas en compte les pertes dans le transfert thermique au niveau de la paroi.

6.Retour à la modélisation du système global :

$$\Gamma = \sum_{i=1}^n R M_i(t) \sin\theta_i(t)$$

$$\Gamma = R M_0 \sum_{i=1}^n \sin\theta_i(t) - \frac{2\pi\rho R r_0 (P_{max} - P_{min})}{K} \sum_{i=1}^n \sin^2\theta_i(t) + \frac{4\pi R^2 r_0 \rho^2 g}{K} \sum_{i=1}^n \cos\theta_i(t) \sin\theta_i(t)$$

Or

$$\sum_{i=1}^n \sin\left(\omega t + (i-1)\frac{2\pi}{n}\right) = 0$$

$$\sum_{i=1}^n \sin\left(\omega t + (i-1)\frac{2\pi}{n}\right) \cos\left(\omega t + (i-1)\frac{2\pi}{n}\right) = 0$$

$$\sum_{i=1}^n \sin^2\left(\omega t + (i-1)\frac{2\pi}{n}\right) = \frac{n}{2}$$

On en déduit donc le couple résistant du moteur :

$$\Gamma = \frac{-n \pi \rho R r_0 (P_{max} - P_{min})}{K}$$

La couple obtenu est donc proportionnel au rayon de la roue et au nombre d'éléments disposés autour de la roue. Ce couple dépend implicitement de ω via l'écart de pression.

L'application numérique nécessiterait de connaître la constante d'élasticité du ballon de baudruche, pour laquelle nous n'avons aucune valeur.

C. Réalisation

Nous avons voulu réaliser un prototype du moteur ci-dessus afin d'en étudier expérimentalement les caractéristiques. Cependant avant de réaliser le moteur complet nous avons effectué des expériences préliminaires sur les systèmes élémentaires. Ces expériences préliminaires ont mis à jour des difficultés de réalisation pratiques qui se sont révélées bloquantes pour la réalisation du prototype complet.

1. Système 1 : Un ballon de baudruche dans une canette, surmontés par un tuyau ouvert à son autre extrémité

a) Matériel nécessaire :

- tuyau en plastique (longueur : 1m, diamètre : 1cm)
- canette de soda vide percée d'un trou de la taille du diamètre extérieur du tuyau en plastique
- un ballon de baudruche
- du ruban adhésif
- de la silicone
- un spot

b) Expérience réalisée :

Objectif : Observer l'évolution de la hauteur de la colonne d'eau en fonction du temps au dessus d'un système canette+ballon soumis au rayonnement. Cette expérience permet ainsi de déterminer la loi d'évolution de la pression de l'air dans la canette soumise au rayonnement en fonction du temps.

c) Résultats :

Les résultats de l'expérience n'ont pas été concluants car nous avons rencontré un problème bloquant : nous n'avons pas réussi à assurer l'étanchéité à l'air du joint métal-plastique entre la canette et le tuyau. Aucune montée en pression n'a donc pu être observée dans l'enceinte de la canette.

d) Retour d'expérience :

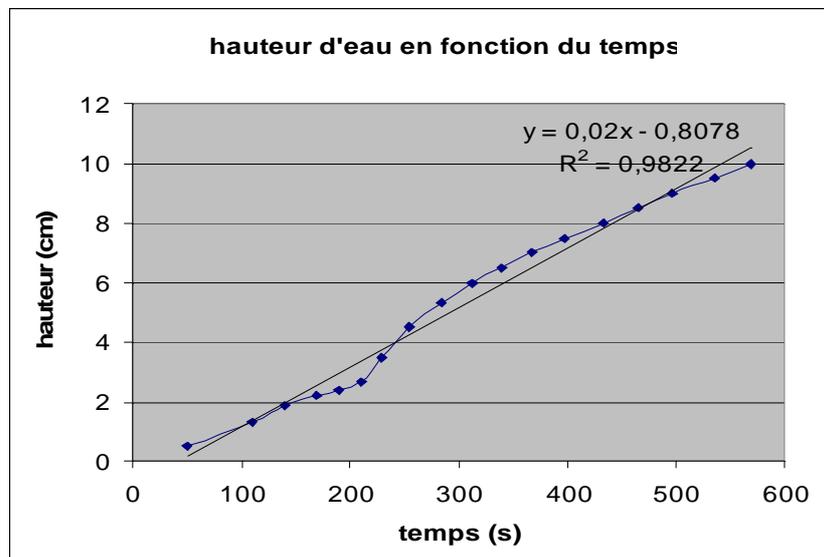
- Le diamètre du tuyau doit être choisi de taille suffisamment grande pour que les bulles d'eau résiduelles dans le tuyau n'occupent pas toute la section, perturbant ainsi fortement les mouvements d'eau sous l'effet des variations de pression.
- La colle « ni clou ni vis » ne permet pas d'assurer l'étanchéité à l'air d'un joint métal-plastique.
- La silicone ne permet pas d'assurer l'étanchéité à l'air d'un joint métal plastique.

e)Expérience de substitution :

Nous avons effectué une expérience de substitution en utilisant le matériel du laboratoire de chimie : nous avons remplacé la canette par un ballon rond en verre, fermé par un bouchon percé permettant la jonction avec le tuyau en plastique. Ce dispositif a permis d'assurer l'étanchéité de la cavité d'air et d'effectuer ainsi des mesures.



f)Résultats :



Pour le système décrit ci-dessus soumis à l'éclairage du spot, nous avons observé une montée linéaire de la colonne d'eau de 10cm en 10 minutes ce qui correspond à une augmentation de pression dans la cavité de l'ordre de 10 millibars.

Les écarts des mesures observées par rapport à l'extrapolation linéaire de la courbe sont principalement dus à des changements de position du ballon au cours de l'expérience pour tenter d'améliorer les transferts thermiques

g) Conclusions et limites de l'expérience

Cette expérience nous a permis de mettre en évidence la montée en pression de la cavité d'air et le déplacement d'eau entraîné. Cette expérience permet de légitimer une modélisation linéaire de l'évolution de la pression de l'air au cours de la phase de chauffage, et par extension, au cours de la phase de refroidissement.

Cependant les conclusions tirées de cette expérience ne peuvent être que qualitatives. En effet la nature des transferts thermiques par rayonnement au niveau du ballon de verre et de la canette ne sont pas comparables. Nous espérons un bien meilleur rendement pour des canettes métalliques peintes en noir et ayant des parois de fine épaisseur.

2. Système élémentaire 2 : tuyau en plastique fermé à ses deux extrémités par les ballons de baudruche et canette

a) Matériel nécessaire

- tuyau en plastique (longueur : 1m, diamètre : 1cm)
- deux canettes de soda vides percées d'un trou de la taille du diamètre extérieur du tuyau en plastique
- deux ballons de baudruche
- ruban adhésif
- silicone
- balance
- spot

b) Expérience réalisée :

Objectif : Observer les transferts de masse en fonction du temps entre systèmes canette+ballon de baudruche situés à la même altitude (pas de pression de la colonne d'eau à vaincre), l'un étant isolé et l'autre exposé au rayonnement du spot.

On observe aussi la période de refroidissement après extinction du spot pour vérifier que la cinétique de refroidissement soit bien la même que la cinétique de chauffage.

c)Montage



Les deux canettes sont placées au même niveau, la canette isolée du rayonnement est positionnée sur une balance afin de mesurer l'évolution de la masse d'eau.

d)Résultats :

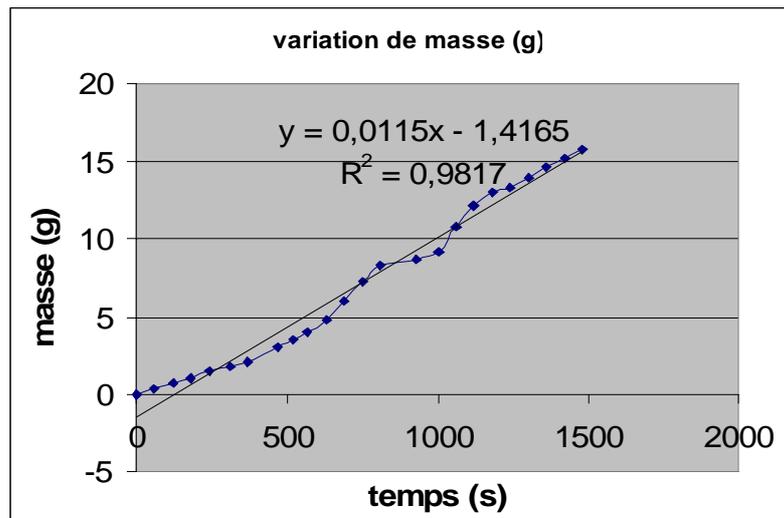
Les résultats de l'expérience n'ont pas été concluants, toujours en raison des problèmes d'étanchéité.

e)Retour d'expérience :

- La colle « ni clou ni vis » ne permet pas d'assurer l'étanchéité à l'air d'un joint métal plastique.
- La silicone ne permet pas d'assurer l'étanchéité à l'air d'un joint métal plastique.

f)Expérience de substitution :

Nous avons effectué une expérience de substitution en utilisant le matériel du laboratoire de chimie : nous avons remplacé les canettes par des ballons ronds en verre, fermés par des bouchons percés permettant la jonction avec le tuyau en plastique. Ce dispositif a permis d'assurer l'étanchéité des cavités d'air et d'effectuer ainsi des mesures.

g) Résultats

Pour le système décrit ci-dessus soumis à l'éclairage du spot, nous avons observé un transfert de masse d'une quinzaine de grammes en 20 minutes.

Les écarts des mesures observés par rapport à l'extrapolation linéaire de la courbe sont principalement dus à des changements de position du ballon au cours de l'expérience pour tenter d'améliorer les transferts thermiques.

h) Conclusion et limites de l'expérience

Les transferts de masse observés dans cette expérience paraissent assez faibles et s'ils s'avèrent être du même ordre de grandeur avec des canettes de soda, il sera difficile d'obtenir une vitesse de rotation de la roue intéressante.

Cependant, de même que pour l'expérience de substitution précédente, la nature des transferts thermiques par rayonnement au niveau du ballon de verre et de la canette ne sont pas comparables. Nous espérons un bien meilleur rendement pour des canettes métalliques peintes en noir et ayant des parois fines.

D. Conclusion sur la réalisation du moteur

Pour conclure, nous n'avons pas pu aboutir à la réalisation de notre moteur raison d'une barrière bloquante : l'obtention de l'étanchéité du joint métal-plastique entre la canette et le tuyau. Il existe certainement des moyens simples d'assurer cette étanchéité. Ce problème mériterait donc d'être approfondi pour permettre enfin la réalisation d'un prototype complet de ce moteur.

Conclusion et Perspectives

Dans la première partie de ce rapport, nous avons montré que le moteur Stirling possède un potentiel remarquable vis-à-vis des moteurs thermiques conventionnels, à cause du rendement de son cycle thermodynamique théorique. Toutefois, les réalisations existantes de ce moteur sont bien loin d'atteindre le rendement idéal. Celui-ci est dégradé par les volumes morts, par l'inertie thermique, par les couplages thermo-mécaniques, ou encore par les nombreuses pertes.

Dans le contexte actuel de dégradation de l'environnement, de création de taxes sur les émissions et de diversification nécessaire des sources d'énergie, le potentiel du moteur Stirling n'est cependant pas à négliger. Ce moteur doit donc être amélioré, et les récents progrès en matière de simulation numérique peuvent nous y aider, comme nous l'avons abordé en seconde partie.

Trois niveaux de modélisation des moteurs sont possibles. Les méthodes de second ordre et de troisième ordre sont largement répandues et permettent de réaliser les conceptions initiales des moteurs. Cependant, elles ne permettent pas de simuler très finement les phénomènes. Les méthodes de quatrième ordre, multi-physiques et multidimensionnelles, sont les plus précises. Elles nécessitent toutefois une grande puissance de calcul et une importante optimisation de la résolution. La NASA a récemment réalisé une simulation de 4^{ème} ordre qui est très encourageante. Ce type de simulation peut permettre d'accélérer les progrès des moteurs Stirling, et d'en réduire les coûts de développement.

L'aspect technique n'est pas le seul enjeu des moteurs Stirling. Leur développement n'est possible que s'ils présentent un réel intérêt économique. Nous avons vu en troisième partie qu'un système Stirling de micro-cogénération peut avoir un intérêt économique pour son utilisateur, premièrement si une production à suffisamment grande échelle en fait baisser le coût fixe, deuxièmement si le coût des énergies fossiles (cours du pétrole, taxe carbone) augmente, créant un intérêt pour les coûts d'utilisation.

Enfin, nous avons proposé en quatrième partie un prototype de moteur bon marché. Une modélisation thermo-mécanique de second ordre a été réalisée pour analyser son fonctionnement et identifier les paramètres les plus importants. Le prototype a été testé sous forme de sous-systèmes élémentaires pour en valider la faisabilité et le dimensionnement. Nous avons rencontré deux difficultés principales : la réalisation de connexions étanches entre les éléments du moteur et l'efficacité des transferts thermiques. Il est donc nécessaire de trouver de nouveaux matériaux et d'autres procédés pour assembler le prototype, qui semble tout à fait réalisable sur le principe. Pour conclure, le développement de ce prototype ainsi que l'étude de systèmes de cogénération, nous semblent des sujets qui peuvent être approfondis aujourd'hui.

Bibliographie

- [1] Site internet : moteurstirling.com
- [2] W.R. Martini. Stirling Engine Design Manual. University Press of the Pacific, 1983.
- [3] Serge Klutchenko. Analyse du cycle de Stirling convenant aux vrais moteurs. Cours de l'ENSTA, 2008.
- [4] Philippe Souhaité. Fonctionnement des moteurs à essence. Cours de l'ENSTA, 2008.
- [5] Chen, N. C. J.: "A Review of Stirling engine Mathematical Models", ORNL, Aug. 1983
- [6] Dyson, W. D.: "Fast Whole-Engine Stirling Analysis", NASA, Oct. 2005
- [7] Chen, N. C. J.: "Nonlinear Analysis of Stirling Engine Thermodynamics", ORNL, June 1984
- [8] Dyson, W. D.: "On the Need for Multidimension Stirling Analysis", NASA, Oct. 2005
- [9] Bonnet, S., Alaphilippe, M., Stouffs, P.: "Quasi Steady Flow Modelling of a Small Stirling Engine", LaTEP
- [10] Regan, T.F., Lewandowski, E.J.: "Application of the GRC stirling convertor system dynamic model : finnal report" NASA-CR-213364, 2004
- [11] Regan, T.F.: "Free-Piston Stirling Convertor Simulation Model Includes Case Motion", AIAA-2003-5931, Aug. 2003
- [12] : Regan, T.F., Gerber, S.S., Roth, M.E. : "Development of a Dynamic, End-to-End Free Piston Stirling Convertor Model", NASA/TM-2004-212941
- [13] Lewandowski, E.J., Regan, T. : "Overview of the GRC Stirling Convertor System Dynamic Model", AIAA-2004-5671, Aug. 2004
- [14] Ulusoy, N. : "Dynamic Analysis of Free-Piston Stirling Engines", Ph.D. Thesis, Case Western Reserve University, 1994.
- [15] Benvenuto, G., Monte, F. de : "Analysis of Free-Piston Stirling Engine/Linear Alternator Systems Part 2: Results", J. of Prop. and Power, Vol. 11, No. 5, Sept.-Oct. 1995
- [16] : Qui, S., Peterson, A.A. : "Linear Dynamic Modeling and Numerical Simulation of an STC Stirling Convertor", 1st Int. Energy Conv. Eng. Conf., Aug. 2003
- [17] Dyson, R.W., Wilson, S.D., Tew, R.C.: "Review of Computational Stirling Analysis Methods", Second IECEC, Providence, RI, Aug. 2005
- [18] Gedeon, D. : "Computational Techniques for the two-dimensional Gasdynamic Equations in Stirling Engine Regenerators and Associated Manifolds", 1985.
- [19] Gedeon, D. : "Developments in two-dimensional regenerator modeling", 23rd IECEC, 1988, Vol. 1, pp39-44.
- [20] Ibrahim, M.B., "Development of Multi-Dimensional Stirling Engine Code", August Progress Report on NASA Grant NAG 3-955., 1993.
- [21] Makhkamov, K., Ingham, D.B. : "Theoretical Investigations on the Stirling Engine Working Process", A00-37715, AIAA-2000-2815, 2000
- [22] Makhkamov, K., Djumanov, D. : "Three-dimensional CFD modeling of a Stirling engine", ST TA1 15, 11th Int. Stirling Engine Conf., Rome, Italy, Nov. 2003
- [23] Mahkamov, K., Djumanov, D., Orunov, B., Korobkov, A. : "A γ - Type Stirling Engine: Some Results of Second-Order Numerical Simulations and Experimentals Tests", 1st Int. Energy Conversion Eng. Conf., AIAA 2003-5933, Aug. 2003

- [24] Tew, R.C., Cairelli, J.E., Ibrahim, M., Simon, T.W., Gedeon, D.: "Overview of NASA Multi-Dimensional Stirling Convertor Code Development and Validation Effort", NASA/TM-2002-211997, Dec. 2002.
- [25] Calvo, M., Franco, J.M., Montijano, J.I., Randez, L. "Explicit Runge-Kutta methods for initial value problems with oscillating solutions", J. Comp. and Applied Mathematics, 76, pp. 195-212, 1996.
- [26] Swift, G.W., Ward, W.C. : "Simple Harmonic Analysis of Regenerators", J. of Thermophysics and Heat Transfer, Vol.10, No. 4, Oct.-Dec. 1996
- [27] Zhang, Z., and Ibrahim, M. "Development of CFD Model for Stirling Engine and its Components", AIAA 2nd IECEC, Providence, RI, August 16-19, 2004. AIAA-2004-5674

Annexes

Prototype de pompe solaire "à canettes"

ENSTA ParisTech

Projet de 3^e année - 2009

Le Moteur Stirling

Devis pour construction d'un prototype

Item	Quantité	Coût (€)
Roue de vélo 26"	1	25
Pack de canettes 33cl Fanta	2	4
Paquet de ballons de baudruche	1	1
Tuyau de bricolage Ø8mm	5 mètres	10
Axe en corde à piano Ø5mm	1	2.5
Ruban adhésif	1	1
Colle d'étanchéité	1	10
Planche 2m pour support	1	10
Visserie	1	2
Cache : panneau de contreplaqué 122x250x0.5 cm	1	12
Total		77.5